Interrogation 1S

Exercice 1 :

1) Soit (v_n) la suite définie pour $n > 0$ par $v_n = \dfrac{2\times 0{,}5^{n-1}}{n}$.

a) Quel est le mode de définition de cette suite ?

La suite est définie de manière récurrente

b) Calculer v_1 , v_2 , v_3

$v_1 = 2$, $v_2 = \dfrac{2\times 0{,}5}{2} = 0{,}5$, $v_3 = \dfrac{2\times 0{,}5^2}{3} = \dfrac{1}{6}$

c) Calculer $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{2\times 0{,}5^n}{n+1}\times\dfrac{n}{2\times 0{,}5^{n-1}} = \dfrac{0{,}5\,n}{n+1}$

d) Exprimer v_{n-1} en fonction de n

$$v_{n-1} = \frac{2\times 0{,}5^{n-2}}{n-1}$$

2) Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = u_n + 3n + 2 \end{cases}$

a) Quel est le mode de définition de cette suite ?

Cette suite est définie de manière récurrente

b) Calculer u_1 , u_2 , u_3

$u_1 = u_0 + 3\times 0 + 2 = -1$ $\quad u_2 = u_1 + 3\times 1 + 2 = 4$ $\quad u_3 = u_2 + 3\times 2 + 2 = 12$

c) Donner l'expression de u_{n-1}

$u_{n-1} = u_{n-2} + 3(n-2) + 2 = u_{n-2} + 3n - 4$

d) Quelle formule tableur doit-on écrire dans les cellules B2 et C2 pour qu'en étirant vers la droite le contenu de la cellule C2, on obtienne les premiers termes de la suite

	A	B	C	D	E
1	n	0	1	2	3
2	u_n				

$B2 = -3$ Et $C2 = B2 + 3\times B1 + 2$

Exercice 2 : Soit (u_n) définie sur ℕ par : $u_n = \dfrac{n-3}{2n+1}$

1) Montrer que $u_{n+1} - u_n = \dfrac{7}{(2n+3)(2n+1)}$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n-2}{2n+3} - \frac{n-3}{2n+1} = \frac{(n-2)(2n+1) - (n-3)(2n+3)}{(2n+3)(2n+1)} = \dots = \frac{7}{(2n+3)(2n+1)}$$

2) Que peut-on en déduire concernant la monotonie de la suite ?

Comme n est un entier naturel, il est positif d'où (2n+3)(2n+1) est positif et ainsi $u_{n+1} - u_n \geq 0$ c'est à dire $u_{n+1} > u_n$ ce qui prouve que la suite est croissante

Exercice 3 :

1) On considère l'algorithme suivant
Appliquer cet algorithme en complétant autant que nécessaire le tableau ci-dessous :

```
n ← 0
u ← 50
Tant que u < 1000 faire
        n ← n + 1
        u ← 3u + 2n + 1
Fin TQ
Afficher n
```

Initialisation	Etape 1	Etape 2	Etape 3	....	.....	SORTIE
n = 0	1	2	3			3
u = 50	153	464	1399			

2) Définir la suite u

On peut définir la suite u ainsi : $\begin{cases} u_0=50 \\ u_{n+1}=3u_n+2(n+1)+1 \end{cases}$

Exercice 4 : On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0=1$ et la relation de récurrence $u_{n+1}=4-\frac{2}{3}u_n$.

On a tracé en annexe la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x)=4-\frac{2}{3}x$ ainsi que la droite d'équation y = x

1) Utiliser ce graphique pour construire les termes u_0, u_1 , u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses
2) Quelles conjectures peut-on alors émettre sur le sens de variation de la suite et sa limite éventuelle ?

La suite ne semble ni croissante ni décroissante et elle semble avoir pour limite 2,4