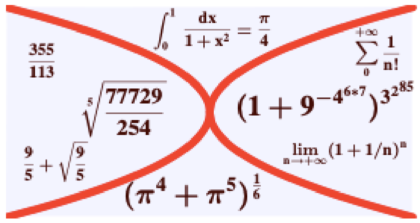
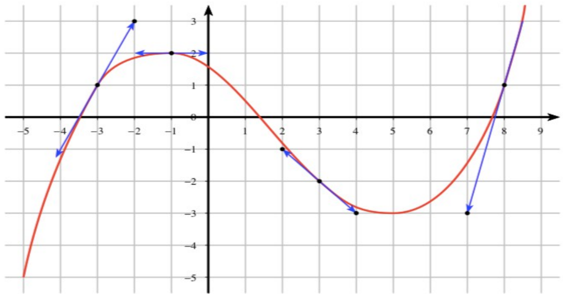


Interrogation Première Spé Math

Exercice 1 : Nombre dérivé

1) A l'aide de la représentation graphique ci-dessous d'une fonction f , compléter le tableau ci-contre sur le sujet

x	-3	-1	3	8
$f(x)$	1	2	-2	1
$f'(x)$	2	0	-1	4



Exercice 2 :

On considère la fonction f définie par f(x) = x^2-3x+2 .

a) A l'aide de la définition du nombre dérivé, démontrer que f est dérivable en 4 et donner $f'(4)$

$$t(h)=\frac{f(4+h)-f(4)}{h} = \frac{(4+h)^2-3(4+h)+2-6}{h} = \frac{16+8h+h^2-12-3h-4}{h} = \frac{h^2+5h}{h} = h+5$$

$\lim_{h\to 0} t(h) = \lim_{h\to 0} h+5 = 5$. Comme cette limite existe, f est dérivable en 4 et on a $f'(4)=5$

b) En déduire une équation de la tangente à la courbe représentative de f en x = 4

L'équation est de la forme : $y=f'(4)(x-4)+f(4)$

$y=5(x-4)+6$

$y=5x-14$

Exercice 3 : Calcul de dérivées

Pour les fonctions suivantes :

- déterminer l'ensemble sur lequel la fonction est dérivable
- déterminer la fonction dérivée de f
- réduire au même dénominateur si nécessaire et factoriser lorsque cela est nécessaire

1) f(x) = $2x^3-8x^2+6x+9$
f est un polynôme donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$. et $f'(x)=6x^2-16x+6$

2) $f(x)=\frac{2x}{x^2+4}$. $x^2+4=0$ donne $x^2=-4$ ce qui est impossible donc $D_f = \mathbb{R}$.

f est une fonction rationnelle dérivable sur $D_f = \mathbb{R}$. f est de la forme $\frac{u}{v}$ avec $u(x)=2x$ $v(x)=x^2+4$

$u'(x)=2$ $v'(x)=2x$

$$f'(x)=\frac{u'v-uv'}{v^2} = \frac{2(x^2+4)-2x\times 2x}{(x^2+4)^2} = \frac{-2x^2+8}{(x^2+4)^2}$$

3) $f(x)=2x+3-\frac{1}{x^4}$ f est une somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$ donc f dérivable sur $\mathbb{R}^*$.

$f(x)=2x+3-x^{-4}$ d'où $f'(x)=2+4x^{-5} = 2+\frac{4}{x^5}$

4) $f(x)=(x+1)\sqrt{x}$

f est un produit de fonction dérivable sur $\mathbb{R}^{+*}$ donc f est dérivable sur $\mathbb{R}^{+*}$.

$u(x)=x+1$ et $v(x)=\sqrt{x}$

$u'(x)=1$ $\quad v'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$f'(x)=u'v+uv' = 1\times\sqrt{x}+(x+1)\times\frac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x}+\frac{x+1}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}\times2\sqrt{x}+(x+1)}{2\sqrt{x}} = \frac{2x+x+1}{2\sqrt{x}} = \frac{3x+1}{2\sqrt{x}}$$

5) $f(x)=\frac{5}{x^2-1}$ $\quad x^2-1=0$ donne $x^2=1$ soit $x=\pm1$ donc $D_f = \mathbb{R} / \{\pm1\}$

f est une fonction rationnelle dérivable sur D_f

f est de la forme $5\times\frac{1}{u}$ avec $u(x)=x^2-1$ donc $f'(x)=-5\times\frac{u'}{u^2} = -5\times\frac{2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-10x}{(x^2-1)^2}$

6) $f(x)=(3-2x)^3$

Il faut développer f qui est un polynôme dérivable sur $\mathbb{R}$.

$$f(x)=(3-2x)^2(3-2x) = (9-12x+4x^2)(3-2x) = 27-18x-36x+24x^2+12x^2-8x^3$$
$$= -8x^3+36x^2-54x+27$$

d'où $f'(x)=-24x^2+72x-54$

7) $f(x)=\frac{x^2-2x+7}{x-1}$ $\quad$ f est définie sur $D_f = \mathbb{R} / \{1\}$

f est une fonction rationnelle dérivable sur D_f

$u(x)=x^2-2x+7$ et $v(x)=x-1$

$u'(x)=2x-2$ $\quad v'(x)=1$

$$f'(x)=\frac{(2x-2)(x-1)-(x^2-2x+7)\times1}{(x-1)^2} = \frac{2x^2-2x-2x+2-x^2+2x-7}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-5}{(x-1)^2}$$