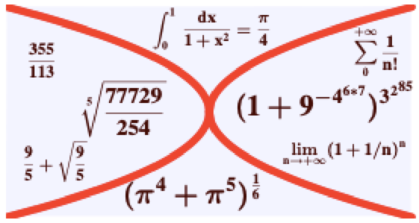
DM 5 Première B



Exercice 1 :

Soit la suite (u_n) définie sur ℕ par $u_0=2$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1}=-\frac{1}{2}u_n^2+3u_n-\frac{3}{2}$

1) Calculer u_1 et u_2 . On donnera les valeurs exactes en détaillant les calculs

2) Donner une valeur approchée à 10^{-5} près de u_3 et u_4

3) Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) ainsi que sa limite éventuelle.

4) Soit (v_n) la suite définie par $v_n=u_n-3$

a) Démontrer que pour tout n, $v_{n+1}=-\frac{1}{2}v_n^2$

b) Démontrer que $v_{n+1}-v_n=-v_n\left(\frac{1}{2}v_n+1\right)$

c) On admet que pour tout entier naturel n, $-1\leq v_n\leq 0$.

En déduire le sens de variation de la suite (v_n)

5) Quelle conjecture émise à la question 3) ce résultat sur le sens de variation de la suite (v_n) permet-il de justifier ?

Exercice 2 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_1=\frac{1}{3}$ et pour tout entier naturel n ≥ 1 , $u_{n+1}=\frac{n+1}{3n}u_n$

1) Calculer u_2 , u_3 , u_4 . On donnera les valeurs exactes en détaillant les calculs

2) Proposer un algorithme en langage python afin de calculer le terme de rang n de la suite.

3) On pose $v_n=\frac{u_n}{n}$ pour $n\geq 1$.

a) Démontrer que $v_{n+1}=\frac{v_n}{3}$.

b) En calculant les premiers termes de la suite (v_n) , conjecturer la forme explicite de cette suite.

4) Montrer que $u_n=n\left(\frac{1}{3}\right)^n$ pour tout n ≥ 1

4) Etudier alors le sens de variation de la suite (u_n)