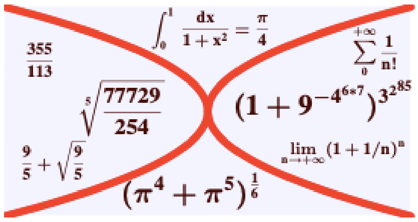


<u>DM 4 Première B</u>

<u>Pour le lundi 23 novembre</u>

Ce devoir est composé de trois exercices.

<u>Exercice 1 :</u> $\frac{22}{7}$ est une valeur approchée de bien connue (attribuée à Archimède)

On veut déterminer toutes les fractions $\frac{N}{D}$ telles que $\frac{N}{D}$ soit une meilleure approximation de que $\frac{22}{7}$ pour tous les entiers N et D compris entre 1 et 1000.

On a écrit le script ci-contre :

```
1 from math import pi
2 EcartMax=22/7-pi
3 for N in range(1,1001):
4     for D in range(1,1001):
5         if abs(N/D-pi)<EcartMax:
6             print(N,D)
```

a) Expliquer pourquoi il y a deux boucles for

Une boucle pour le numérateur et une boucle pour le dénominateur

b) Expliquer l'instruction conditionnelle de la ligne 5 et l'utilisation de la fonction abs (valeur absolue)

On commencé par donner comme valeur à EcartMax la valeur $\frac{22}{7}$. La ligne 5 permet de savoir si la fraction choisie N/D a un écart avec pi plus petit que celui qui est en cours . On place une valeur absolue car cette écart peut être négatif ce qui ne nous intéresse pas ici , la valeur absolue permet de rendre le résultat positif

c) Modifier ce script pour qu'il renvoie le nombre de fractions qui répondent au problème. Combien y en a-t-il ?

On en trouve 108

```
from math import pi
EcartMax=22/7-pi
compteur=0
for N in range(1,1001):
    for D in range(1,1001):
        if abs(N/D-pi)<EcartMax:
            print(N,D)
            compteur = compteur +1
print("le nombre de fraction est",compteur)
```

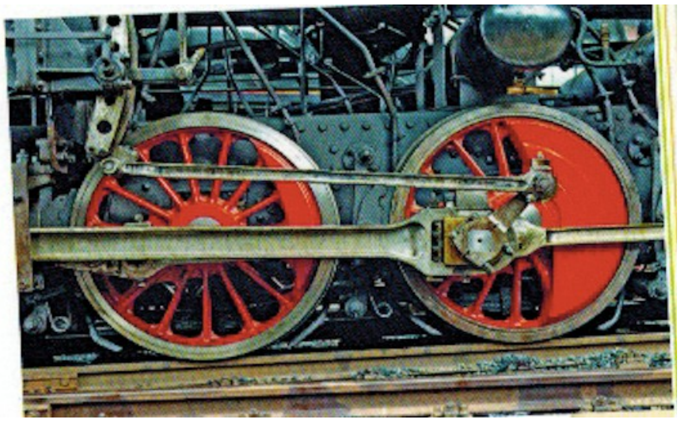
d) Modifier ce script pour qu'il renvoie la meilleure approximation de parmi toutes les fractions obtenues. Préciser quelle est cette fraction ?

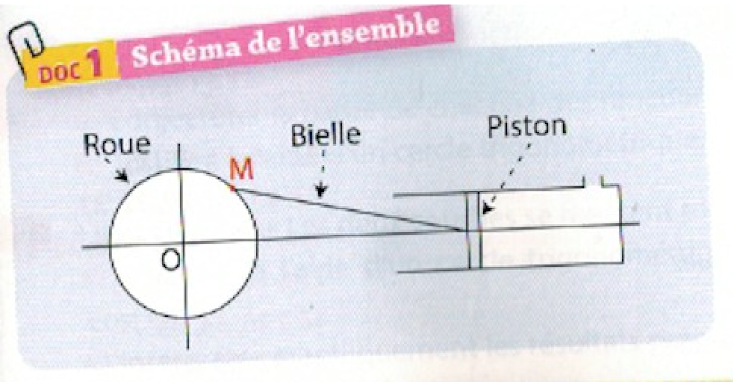
Le script renvoie $\frac{179}{57}$

```
from math import pi
EcartMax=22/7-pi
for N in range(1,1001):
    for D in range(1,1001):
        if abs(N/D-pi)<EcartMax:
            EcartMax=N/D-pi
            A=N
            B=D
print(A,B)
```

Exercice 2 :

Un piston est relié au bord d'une roue d'un mètre de rayon par une bielle de 3m. A l'instant initial, la bielle est à l'horizontale et le piston à sa position la plus éloignée de la roue. Au bout de 15,125 secondes, l'ensemble se bloque. Afin de repérer l'endroit où se trouve le défaut dans le cylindre, il faut connaître la distance d séparant le centre de la roue et le piston.
Utiliser les différentes informations pour déterminer d.





DOC 2 Réglage de la vitesse de rotation de la roue

La roue tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre à la vitesse d'un tour par seconde.

La roue tourne à la vitesse de 1 tour par seconde elle effectue donc 15 tours complet et bloque à 0,125 tours c'est à dire : $0{,}125 \quad 2 \quad = 0{,}25 \quad = \frac{}{4}$.

La position proposée par la figure du doc 1 semble donc la bonne . Si on appelle P le piston, il nous faut donc calculer OP .

1ère méthode : Ainsi, dans le triangle OMP, nous connaissons un angle $MOP = \frac{}{4}$ et deux côtés, on peut donc penser à utiliser les formules d'Alkashi :

$PM^2 \quad OM^2 \quad OP^2 \quad 2 \quad OM \quad OP \quad \cos \ MOP$

$3^2 \quad 1^2 \quad OP^2 \quad 2 \quad 1 \quad OP \quad \cos \frac{}{4}$

$OP^2 \quad \overline{2}OP \quad 8 \quad 0$

$2 \quad 32 \quad 34$ donc deux racines $OP \quad \frac{\overline{2} \quad \overline{34}}{2}$ ou $OP \quad \frac{\overline{2} \quad \overline{34}}{2}$ et on ne garde que la deuxième qui est positive

Deuxième méthode : On projette M en T sur OP.La longueur OT est donc égale à $\cos \frac{}{4} \quad \frac{\overline{2}}{2}$

Il ne reste donc plus qu'à calculer TP. Or le triangle TMP est rectangle en T et on connait PM=3 et $TM \quad \sin \frac{}{4} \quad \frac{\overline{2}}{2}$ d'où on applique le th de Pythagore : $PM^2 \quad TP^2 \quad TM^2$

$3^2 \quad TP^2 \quad \frac{2}{4}$

$$TP^2 \quad \frac{34}{4}$$

d'où $TP \quad \frac{\overline{34}}{2}$ et par somme d = $OP \quad \frac{\overline{2} \quad \overline{34}}{2} \qquad 3{,}6$ m

<u>**Exercice 3 :**</u>

a) Vérifier que $\frac{}{5}$ et $\frac{2}{5}$ sont solutions de l'équations $\sin \; 5x \quad 0$

$\sin \; 5 \; \frac{}{5}$ = $\sin \qquad 0$ et $\sin \; 5 \; \frac{2}{5} \quad \sin \; 2 \qquad 0$ d'où la réponse

b) A partir de la formule admise suivante , déterminer la valeur exacte de $\sin \frac{}{5}$ et de $\sin \frac{2}{5}$

<u>**Formule :**</u> $\sin \; 5x \quad 16\sin^5 \; x \quad 20\sin^3 \; x \quad 5\sin \; x$

D'après la question 1, pour x = $\frac{}{5}$ ou $x \quad \frac{2}{5}$ on a $16\sin^5 \; x \quad 20\sin^3 \; x \quad 5\sin \; x \quad 0$

En posant X = $\sin \; x$ l'équation devient donc $16X^5 \quad 20X^3 \quad 5X \quad 0$

$$X \; 16X^4 \quad 20X^2 \quad 5 \quad 0$$

$$X = 0 \text{ ou } 16X^4 \quad 20X^2 \quad 5 \quad 0$$

Comme $\sin \frac{}{5}$ et $\sin \frac{2}{5}$ ne sont pas nuls, on écarte X = 0 et il reste

$16X^4 \quad 20X \quad 5 \quad 0$

On pose $T \quad X^2$, l'équation devient alors : $16T^2 \quad 20T \quad 5 \quad 0$

$$20^{\;2} \quad 4 \quad 16 \quad 5 \quad 80 > 0 \text{ donc deux racines}$$

$$T_1 \quad \frac{20 \quad \overline{80}}{32} \text{ ou } T_2 \quad \frac{20 \quad \overline{80}}{32}$$

$$X^2 \quad T_1 \qquad \text{ou } X^2 \quad T_2$$

$$X \quad \pm \overline{\frac{20 \quad 80}{32}} \text{ ou } X \quad \pm \overline{\frac{20 \quad 80}{32}}$$

c'est à dire $\quad \sin(x) \quad \pm \overline{\frac{20 \quad 80}{32}}$ ou $\sin(x) \quad \pm \overline{\frac{20 \quad 80}{32}}$

Or $\frac{}{5}$ et $\frac{2}{5}$ sont dans l'intervalle $0 ; \frac{}{2}$ donc leur sinus est positif d'où en remarquant que

$\sin \frac{}{5} \quad \sin \frac{2}{5}$, on a : $\sin \frac{}{5}$ = $\overline{\frac{20 \quad 80}{32}}$ et $\sin \frac{2}{5}$ = $\overline{\frac{20 \quad 80}{32}}$

c) En déduire les valeurs exactes suivantes :

$\sin \frac{3}{5}$, $\sin \frac{4}{5}$, $\cos \frac{}{5}$, $\sin \quad \frac{94}{5}$

$$\sin\frac{3}{5} = \sin\ \frac{2}{5} = \sin\frac{2}{5} = \sqrt{\frac{20\ \ \sqrt{80}}{32}}$$

$$\sin\frac{4}{5} = \sin\ \frac{}{5} = \sin\frac{}{5} = \sqrt{\frac{20\ \ \sqrt{80}}{32}}$$

$$\sin^2\frac{}{5}\quad\cos^2\frac{}{5}\quad 1$$

$$\frac{20\ \ \sqrt{80}}{32}\quad\cos^2\frac{}{5}\quad 1$$

$$\cos^2\frac{}{5}\quad 1\ \ \frac{20\ \ \sqrt{80}}{32} = \frac{12\ \ \sqrt{80}}{32}$$

$$\cos\frac{}{5}\quad \sqrt{\frac{12\ \ \sqrt{80}}{32}}$$ (on prend la solution positive)

$\frac{94}{5} + 9\ \ 2 = \frac{4}{5}$ d'où $\sin\frac{94}{5} = \sin\frac{4}{5} = \ \sin\frac{4}{5} = -\sqrt{\frac{20\ \ \sqrt{80}}{32}}$