

DM 4 Première B

Pour le lundi 23 novembre

Ce devoir est composé de trois exercices.

Exercice 1 : $\frac{22}{7}$ est une valeur approchée de π bien connue (attribuée à Archimède)

On veut déterminer toutes les fractions $\frac{N}{D}$ telles que $\frac{N}{D}$ soit une meilleure approximation de π que $\frac{22}{7}$ pour tous les entiers N et D compris entre 1 et 1000.

On a écrit le script ci-contre :

- Expliquer pourquoi il y a deux boucles for
- Expliquer l'instruction conditionnelle de la ligne 5 et l'utilisation de la fonction abs (valeur absolue)
- Modifier ce script pour qu'il renvoie le nombre de fractions qui répondent au problème. Combien y en a-t-il ?
- Modifier ce script pour qu'il renvoie la meilleure approximation de π parmi toutes les fractions obtenues. Préciser quelle est cette fraction ?

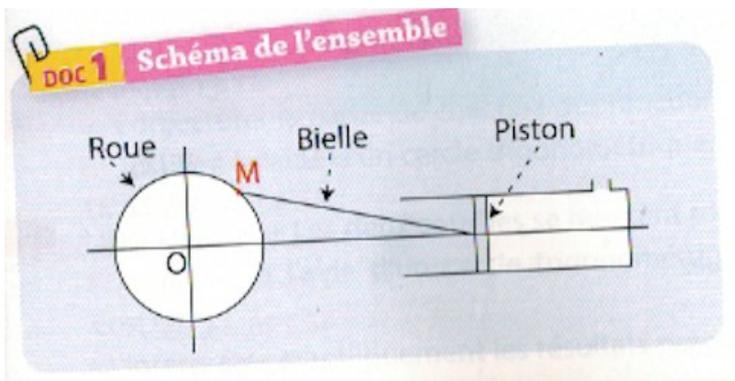
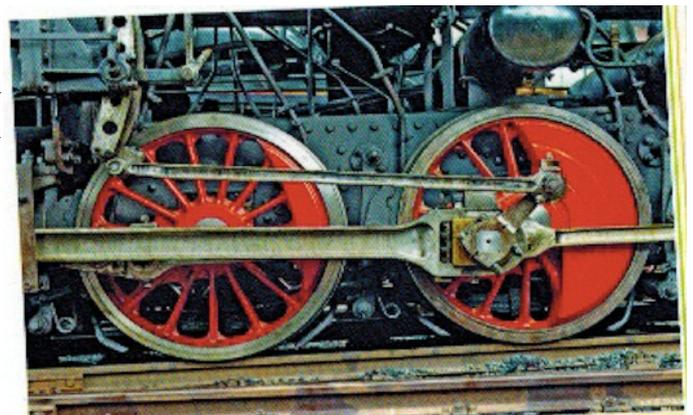
```
1 from math import pi
2 EcartMax=22/7-pi
3 for N in range(1,1001):
4     for D in range(1,1001):
5         if abs(N/D-pi)<EcartMax:
6             print(N,D)
```

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{4}$$
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!}$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + 1/n)^n$$
$$\frac{355}{113}$$
$$\sqrt[5]{\frac{77729}{254}}$$
$$\frac{9}{5} + \sqrt{\frac{9}{5}}$$
$$(1 + 9^{-46 \cdot 7})^{3^{285}}$$
$$(\pi^4 + \pi^5)^{\frac{1}{6}}$$

Exercice 2 :

Un piston est relié au bord d'une roue d'un mètre de rayon par une bielle de 3m. A l'instant initial, la bielle est à l'horizontale et le piston à sa position la plus éloignée de la roue. Au bout de 15,125 secondes, l'ensemble se bloque. Afin de repérer l'endroit où se trouve le défaut dans le cylindre, il faut connaître la distance d séparant le centre de la roue et le piston.

Utiliser les différentes informations pour déterminer d.



DOC 2 Réglage de la vitesse de rotation de la roue
La roue tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre à la vitesse d'un tour par seconde.

Exercice 3 :

a) Vérifier que $\frac{\pi}{5}$ et $\frac{2\pi}{5}$ sont solutions de l'équation $\sin(5x)=0$

b) A partir de la formule admise suivante, déterminer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ et de $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$

Formule : $\sin(5x) = 16\sin^5(x) - 20\sin^3(x) + 5\sin(x)$

c) En déduire les valeurs exactes suivantes :

$$\sin\left(\frac{3\pi}{5}\right), \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right), \cos\left(\frac{\pi}{5}\right), \sin\left(-\frac{94\pi}{5}\right)$$