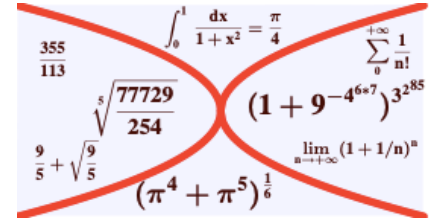


DM3 première B



Partie A

On considère un polynôme du troisième degré f définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où a, b, c et d sont quatre réels avec $a \neq 0$

1) Soit α un réel. Montrer que pour tout réel x , on a :

$$f(x) - f(\alpha) = a(x^3 - \alpha^3) + b(x^2 - \alpha^2) + c(x - \alpha)$$

2) Montrer que $x^3 - \alpha^3 = (x - \alpha)(x^2 + \alpha x + \alpha^2)$

3) En déduire que si le réel α est une racine du polynôme f alors f peut se factoriser par $x - \alpha$

Partie B Application

On considère les deux polynômes suivants : $P(x) = -x^3 + 7x^2 - 14x + 8$ et $R(x) = x^2 - 7x + 12$

1) Démontrer que 4 est une racine de P et R

2) Déterminer les réels a, b puis les réels c et d tels que :

$$P(x) = (x-2)(x-4)(ax+b) \quad \text{et} \quad R(x) = (x-4)(cx+d)$$

3) Résoudre à l'aide d'un tableau de signe l'inéquation $\frac{P(x)}{R(x)} \geq 0$

Partie C

En s'inspirant des questions précédentes et en expliquant la démarche, résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$

sachant que $f(x) = -2x^4 + 2x^3 + 26x^2 - 2x - 24$