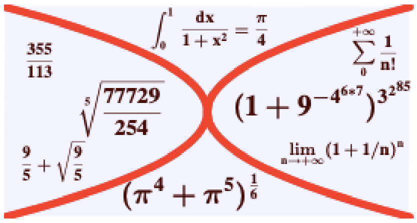
DM1 Classe de première



Exercice 1 :

Lors d'un festival pyrotechnique, un artificier lance des fusées à partir d'une plate forme . La hauteur, en mètre, atteinte par les fusées en fonction de leur temps de vol t, en dixième de seconde, est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle [0;32] par $f(t)=-0{,}25\,t^2+7{,}75\,t+8$

1) Quelle est la hauteur de la plateforme ?

La hauteur de la plate forme correspond à l'instant $t=0$ donc il faut calculer $f(0)$ = 8 donc 8 mètres de hauteur

2) Déterminer la forme canonique de f et en déduire la hauteur maximum atteinte par ces fusées.

$$f(t)=-0{,}25\left(t^2+\frac{7{,}75}{-0{,}25}+\frac{8}{-0{,}25}\right) = -0{,}25(t^2-31t-32) = -0{,}25\left(\left(t-\frac{31}{2}\right)^2-\left(\frac{31}{2}\right)^2-32\right)$$

$$= -0{,}25\left((t-15{,}5)^2-\frac{1089}{4}\right) = -0{,}25(t-15{,}5)^2+\frac{1089}{16}$$

le sommet de la parabole a pour coordonnées S $\left(15{,}5;\frac{1089}{16}\right)$ donc la hauteur maximale des fusées est

de $\frac{1089}{16}=68{,}0625$ m

3) a) Montrer que $f(t)=(t+1)(-0{,}25\,t+8)$

$(t+1)(-0{,}25\,t+8) = -0{,}25\,t^2+8t-0{,}25\,t+8 = -0{,}25\,t^2+7{,}75\,t+8 = f(t)$

b) L'artificier constate qu'une des fusées lancées n'explose pas.

Au bout de combien de temps va-t-elle atteindre le sol ?

Il faut résoudre l'équation f(t) = 0 c'st à dire $(t+1)(-0{,}25\,t+8)=0$

or un produit de facteur est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul donc

$t=-1$ ou $t=\frac{8}{0{,}25}=32$

Comme $t=-1$ n'est pas cohérent car négatif , la fusée atteint le sol au bout de 32 dixième de seconde

Exercice 2 :

On dispose d'une ficelle de longueur 1 mètre que l'on coupe en deux. Avec un des morceaux, on forme un carré et avec l'autre on forme un rectangle dont la longueur est le double de sa largeur.

Objectif : On se propose de déterminer où couper la ficelle de sorte que la somme des aires du carré et du rectangle soit minimale. On note x la longueur de la ficelle utilisée pour le carré.

1) Exprimer l'aire du carré en fonction de x

Soit c le côté du carré. Son périmètre est donc de x mètre or ce périmètre est de $4\times côté$ =4c donc

$4c=x$ soit $c=\frac{x}{4}$. L'aire du carré est donc $c^2=\frac{x^2}{16}$

2) a) Montrer que la largeur du rectangle est $\frac{1-x}{6}$

La ficelle pour le carré a pour longueur x donc celle pour le rectangle a pour longueur $1-x$
Si on note y la largeur du rectangle sa longueur est donc 2y d'où comme le périmètre du rectangle est

$2\times(y+2y)=6y$ on a $6y=1-x$ d'où $y=\frac{1-x}{6}$

b) En déduire que l'aire du rectangle est $\frac{1}{18}(1-x)^2$

L'aire du rectangle est longueur * largeur = $2y\times y=2y^2=2\times\left(\frac{1-x}{6}\right)^2$ = $\frac{1}{18}(1-x)^2$

3) a) Déterminer alors le polynôme du second degré f correspondant à la somme des aires du carré et du rectangle.

Somme des aires = $\frac{x^2}{16}+\frac{1}{18}(1-x)^2$ = $\frac{x^2}{16}+\frac{1}{18}(1-2x+x^2)$ = $\frac{x^2}{16}+\frac{1}{18}-\frac{1}{9}x+\frac{x^2}{18}$ = $\frac{17}{144}x^2-\frac{1}{9x}+\frac{1}{18}$

b) Ecrire la fonction f obtenue sous forme canonique et conclure .

$a=\frac{17}{144}$ >0 donc la parabole a ses branches tournées vers le haut le minimum est donc atteint en le

sommet de la parabole d'abscisse $x=-\frac{b}{2a}$ = $\frac{-\frac{-1}{9}}{2\times\frac{17}{144}}$ = $\frac{1}{9}\times\frac{144}{34}$ = $\frac{144}{306}$ = $\frac{8}{17}$