Chapitre 8 : Variation et courbe représentative de fonctions

- **Variations et courbes représentatives des fonctions**

Contenus

- Lien entre le sens de variation d'une fonction dérivable sur un intervalle et signe de sa fonction dérivée ; caractérisation des fonctions constantes.
- Nombre dérivé en un extremum, tangente à la courbe représentative.

Capacités attendues

- Étudier les variations d'une fonction. Déterminer les extremums.
- Résoudre un problème d'optimisation.
- Exploiter les variations d'une fonction pour établir une inégalité. Étudier la position relative de deux courbes représentatives.
- Étudier, en lien avec la dérivation, une fonction polynôme du second degré : variations, extremum, allure selon le signe du coefficient de x^2.

Exemple d'algorithme

- Méthode de Newton, en se limitant à des cas favorables.

I – Rappels des dérivées de fonctions usuelles

	Type d'opération	Fonction à dériver	Fonction dérivée
1	Dérivée d'une somme	$u+v$	$(u+v)'=u'+v'$
2	Dérivée d'un produit par une constante	$k\times u$	$(k\times u)'=k\times u'$
3	Dérivée d'un produit	$u\times v$	$(u\times v)'=u'v+uv'$
4	Dérivée d'un inverse	$\frac{1}{v}$ avec $v(x)\neq 0$ pour tout x ∈ I	$\left(\frac{1}{v}\right)'=-\frac{v'}{v^2}$
5	Dérivée d'un quotient	$\frac{u}{v}$ avec $v(x)\neq 0$ pour tout x ∈ I	$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$
6	Dérivée de $f(x)=g(ax+b)$: Soit J un intervalle tel que pour tout x ∈ J , ax+b ∈ I . La fonction f est définie et dérivable sur J et $f'(x)=a\times g'(ax+b)$		

Exemple pour le 6 : Soit $f(x)=\sqrt{5x-1}$ définie sur $\left]\frac{1}{5};+\infty\right[$

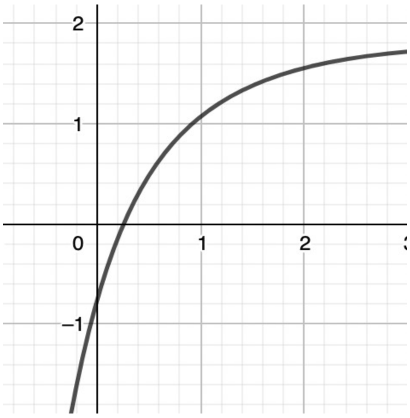
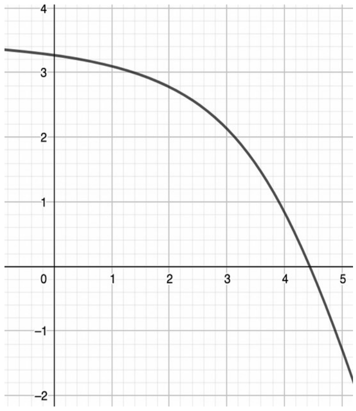
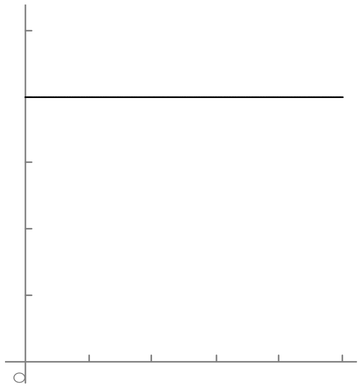
$f(x)$ peut s'écrire $g(ax+b)$ avec $ax+b$ = et $g(x)$ =

$g'(x)$ =

On a alors $f'(x)$ =

II- Lien entre fonction dérivée et sens de variation d'une fonction

Soit f une fonction monotone sur un intervalle I.

Fonction croissante	Fonction décroissante	Fonction constante
		
Si f est croissante sur I, alors en chaque point de la courbe, le coefficient directeur de la tangente est	Si f est décroissante sur I alors, en chaque point de la courbe, le coefficient directeur de la tangente est	Si f est constante sur I alors, en chaque point de la courbe, le coefficient directeur de la tangente est ....
Pour tout réel a de I , $f'(a)$ 0	Pour tout réel a de I, $f'(a)$ 0	Pour tout réel a de I, $f'(a)$ = ...

Théorème : **Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I**

- **f est strictement croissante sur I si et seulement si pour tout x de I, $f'(x)>0$**
- **f est strictement décroissante sur I si et seulement si pour tout x de I, $f'(x)<0$**
- **f est constante sur I si et seulement si pour tout x de I, $f'(x)=0$**

Exemple : Soit f la fonction définie sur ℝ par f(x) = $2x^3-9x^2+12x$.

a) Etudier les variations de f

b) Une nouveauté : Dresser le tableau de variation de f

III- Extremum d'une fonction

Théorème :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et a un un nombre réel appartenant à I

Si f' s'annule en a en changeant de signe alors f admet un extremum en a

Remarque :

- Si f' passe du signe – au signe + alors f admet un minimum en a

  Si f' passe du signe + au signe – alors f admet un maximum en a
- On parle aussi **d'extremum local** lorsque l'on restreint l'étude à un intervalle J de I.
- Dire que f admet un maximum en un réel a ∈ I signifie que pour tout x ∈ I, $f(x) \leq f(a)$

  Dire que f admet un minimum en un réel a ∈ I signifie que pour tout x ∈ I, $f(x) \geq f(a)$

Préciser les extremums de la fonction étudiée précédemment