

Chapitre 4 : Les paraboles

I- Sens de variation d'une fonction polynôme du second degré

Propriété : Soit f une fonction polynôme du second degré de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$

Si $a > 0$

x	$-\infty$	$\alpha = -\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$			

f est croissante sur $[\alpha; +\infty[$ et décroissante sur $] -\infty; \alpha]$

f admet un minimum en $\alpha = -\frac{b}{2a}$

Si $a < 0$

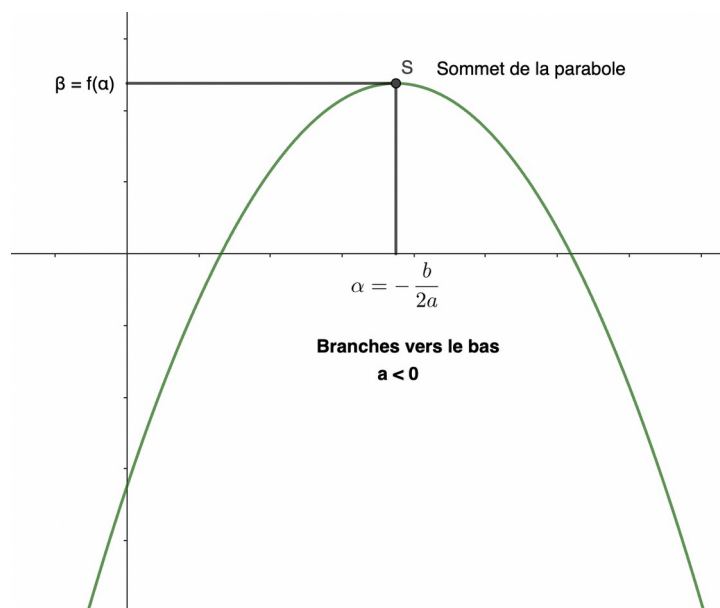
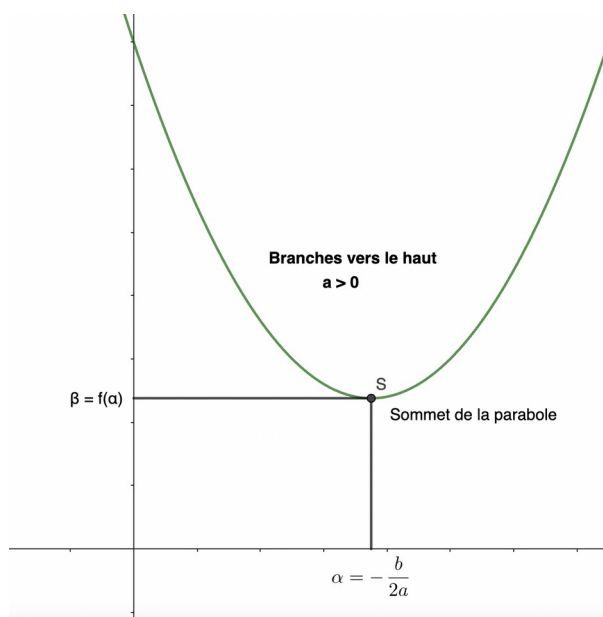
x	$-\infty$	$\alpha = -\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$			

f est décroissante sur $[\alpha; +\infty[$ et croissante sur $] -\infty; \alpha]$

f admet un maximum en $\alpha = -\frac{b}{2a}$

Propriétés

- ✕ La courbe représentative d'une fonction polynôme du second degré s'appelle **une parabole**.
 - Si a est positif, la parabole a ses branches tournées vers le haut
 - Si a est négatif, la parabole a ses branches tournées vers le bas
- ✕ Le point S de coordonnées $(\alpha ; \beta)$ est le **sommet** de la parabole
- ✕ Elle admet pour **axe de symétrie** la droite d'équation $x = -\frac{b}{2a}$



Les coordonnées du sommet permettent d'écrire très facilement la forme canonique du polynôme :

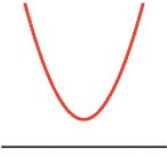
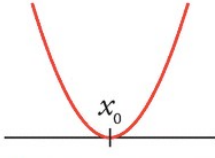
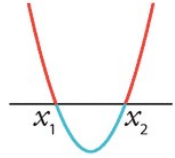
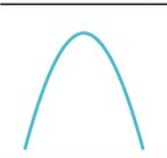
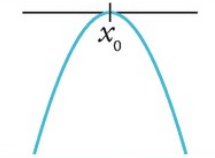
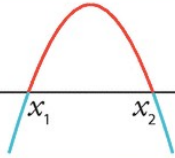
$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

II- Signe du trinôme

Soit P un polynôme du second degré définie par $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ et de discriminant

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

Etudier le signe de P c'est déterminer les valeurs de x pour lesquelles P(x) est positif ou négatif . On peut s'aider d'un graphique :

	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$																									
$a > 0$																												
	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td colspan="2">+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$+\infty$	f(x)	+		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	f(x)	+	0	+	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_1</td> <td>x_2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	f(x)	+	0	-	0	+
	x	$-\infty$	$+\infty$																									
f(x)	+																											
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$																									
f(x)	+	0	+																									
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$																								
f(x)	+	0	-	0	+																							
$a < 0$																												
	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td colspan="2">-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$+\infty$	f(x)	-		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	f(x)	-	0	-	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_1</td> <td>x_2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	f(x)	-	0	+	0	-
	x	$-\infty$	$+\infty$																									
f(x)	-																											
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$																									
f(x)	-	0	-																									
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$																								
f(x)	-	0	+	0	-																							

Propriété

- ✗ Si $\Delta < 0$, P(x) est du signe de a
- ✗ Si $\Delta = 0$, P(x) est du signe de a
- ✗ Si $\Delta > 0$, P(x) admet deux racines x_1 et x_2 . Son signe est donné par le tableau suivant :

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
P(x)	signe de a	0	signe de -a	0	signe de a

A noter :

On peut résumer cette règle en retenant qu'un polynôme du second degré est du signe de a sauf entre ses racines lorsqu'elles existent