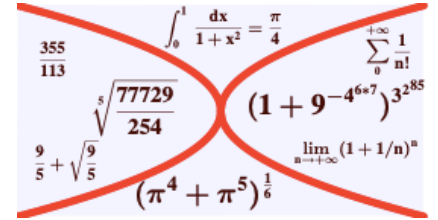


Interrogation Maths Expertes
Jeudi 15 octobre 2020



Exercice 1 : Effectuer les calculs suivants et mettre les résultats sous forme algébrique

$$A = \frac{1+i}{i} \quad B = \frac{2-5i}{3+i} \quad C = \frac{-3}{(1+i)(2-i)} \quad D = (1-3i)^2(-8+6i)$$

$$A = \frac{1+i}{i} = \frac{(1+i) \times i}{i \times i} = \frac{i+i^2}{i^2} = -i+1$$

$$B = \frac{2-5i}{3+i} = \frac{(2-5i)(3-i)}{(3+i)(3-i)} = \frac{6-2i-15i+5i^2}{10} = \frac{1}{10} - \frac{17}{10}i$$

$$C = \frac{-3}{(1+i)(2-i)} = \frac{-3}{3+i} = \frac{-3(3-i)}{(3+i)(3-i)} = \frac{-9}{10} + \frac{3i}{10}$$

$$D = (1-3i)^2(-8+6i) = (1-6i-9)(-8+6i) = (-8-6i)(-8+6i) = (-8)^2 - (6i)^2 = 100$$

Exercice 2 : Ecrire sous forme algébrique $C = \frac{i(2-i)^3}{-3+i}$

$$(2-i)^3 = (2-i)^2(2-i) = (4-4i-1)(2-i) = (3-4i)(2-i) = 6-3i-8i+4i^2 = 2-11i \text{ d'où}$$

$$\frac{i(2-11i)}{-3+i} = \frac{(2i+11)(-3-i)}{(-3+i)(-3-i)} = \frac{-6i-2i^2-33-11i}{10} = \frac{-31-17i}{10}$$

$$\text{Donc } C = \frac{-31+17i}{10}$$

Exercice 3 : Soient les nombres complexes $z_1 = 2+5i$ et $z_2 = 1-3i$

Calculer $z_1 - z_2$; z_1^2 ; $z_1 \times \overline{z_2}$ et $\frac{z_1}{z_2}$. On écrira les résultats sous forme algébrique

$$z_1 - z_2 = 2+5i - 1+3i = 1+8i$$

$$z_1^2 = 4+20i-25 = -21+20i$$

$$z_1 \times z_2 = (2+5i)(1-3i) = 2-6i+5i+15 = 17-i$$

$$z_1 \times \overline{z_2} = (2+5i)(1+3i) = -13+11i$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2+5i}{1-3i} = \frac{(2+5i)(1+3i)}{10} = \frac{-13+11i}{10}$$

Exercice 4 : Soit x un nombre réel $z = (x+2i)(1-xi)$

1) Déterminer l'écriture algébrique du nombre complexe z

$$z = 3x + (2-x^2)i$$

2) Pour quelle(s) valeur(s) de x , z est un nombre réel ? Justifier

$$z \text{ réel ssi } \text{Im}(z)=0 \text{ ssi } 2-x^2=0 \text{ ssi } x = \pm\sqrt{2}$$

3) Pour quelle(s) valeur(s) de x , z est un imaginaire pur ? Justifier

$$z \text{ imaginaire pur ssi } \text{Re}(z)=0 \text{ ssi } 3x=0 \text{ ssi } x = 0$$