DS 1 B

Le mercredi 2 octobre 2019

1 heure

Exercice 1 :

1) Soit f la fonction définie par $f(x)=2x^2-x-1$

a) Déterminer les racines de f

$\Delta=1+8=9>0$ donc deux racines $x_1=1$ et $x_2=\frac{-1}{2}$

b) Factoriser f

$f(x)=2(x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)$

c) Déterminer la forme canonique de f

f(x) = $2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{9}{8}$

2) Résoudre les équations suivantes :

a) $x^2-x-12=0$

$\Delta=1+48=49>0$ donc deux solutions

$x_1=4$ et $x_2=-3$

S = { -3 ; 4 }

b) $3x^2-\sqrt{6}x+1=0$

$\Delta=6-12=-6$ donc pas de solution

S = $\varnothing$

c) $\frac{3x^2+10x+8}{x+2}=2x+5$ valeur interdite x = -2

$3x^2+10x+8=(x+2)(2x+5)$

$3x^2+10x+8=2x^2+5x+4x+10$

$x^2+x-2=0$

Δ = 9 > 0 donc deux solutions

$x_1=-2$ valeur interdite et $x_2=1$

donc S = { 1 }

d) $x^2+3x-5=x-7$

$x^2+2x+2=0$

$\Delta=4-8=-4<0$ pas de racines

S = $\varnothing$

e) $3x^4-4x^2-15=0$ (on pourra poser X = x^2)

on pose X = x^2

$3X^2-4X-15=0$
$\Delta=16+12\times15=196>$¿ 0 donc deux solutions
$X=\frac{-10}{6}$ ou X = 3
d'où
$x^2=\frac{-10}{6}$ ou $x^2=3$
impossible car un carré est un nombre positif
x = ± $\sqrt{3}$
S = { ± $\sqrt{3}$ }

Exercice 2 :

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $-x^2+4x+5>0$

$\Delta=16+20=36>0$ donc deux racines $x_1=5$ et $x_2=-1$

un poly du second degré est du signe de a sauf entre ses racines donc

x	$-\infty$ -1 5 $+\infty$
signe de $-x^2+4x+5$	$-$ 0 $+$ 0 $-$

S =]-1;5[

b) $\frac{-3x^2+4x+4}{5x^2+x-6}\geq 0$

$-3x^2+4x+4$
$\Delta=16+48=64$ > 0 deux racines
$x_1=2$ et $x_2=\frac{-2}{3}$

$5x^2+x-6$
$\Delta=1+120=121$ > 0 deux racines
$x_3=-1{,}2$ et $x_4=1$

x	$-\infty$ $-1{,}2$	$-\frac{2}{3}$ 1	2 $+\infty$
$-3x^2+4x+4$	$-$	$-$ 0 $+$	$+$ 0 $-$
$5x^2+x-6$	$+$	$-$ ⋮ $-$	$+$ ⋮ $+$
quotient	$-$	$+$ 0 $-$	$+$ 0 $-$

S =]-1,2 ;-2/3] ∪]1;2]

Exercice 3 (3 points) :

Soit P le polynôme définie sur ℝ par : P(x) = $x^3-4x^2-11x+30$

1) Démontrer que 2 est une racine de P.

   P(2) = $2^3-4\times2^2-11\times2+30$ = $8-16-22+30$ = 0 donc 2 est une racine de P

2) Déterminer alors les réels a , b et c tels que P(x) = $(x-2)(ax^2+bx+c)$

   P(x) = $ax^3+bx^2+cx-2ax^2-2bx-2c$ = $ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c$

$= x^2 - 4x^2 - 11x + 30$

par identification : a = 1 , b = -2 , $c = -15$

3) On pourra prendre dans cette question a = 1 , b = -2 et c = -15

   P(x) = $(x-2)(x^2 - 2x - 15)$

   a) Résoudre l'équation P(x) = 0

   c'est un produit nul : $x - 2 = 0$ ou $x^2 - 2x - 15 = 0$

   x = 2 ou $\Delta = 4 + 60$ = 64 > 0 deux racines $x_1 = 5$ ou $x_2 = -3$

   S = { -3 ; 2 ; 5 }

   b) Dresser le tableau de signe du polynôme P

x	$-\infty$		-3		2		5		$+\infty$
$x-2$		$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$	
$x^2-2x-15$		$+$	0	$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

<u>Exercice 4 :</u>

On sait que deux réels x et y vérifient le système $\begin{cases} x + y = 29 \\ xy = 198 \end{cases}$.

Déterminer x et y

on connait la somme et le produit de deux nombres ils sont donc solution de l'équation

$x^2 - Sx + P = 0$ c'est à dire $x^2 - 29x + 198 = 0$

$\Delta = 29^2 - 4 \times 198$ = 49 > 0 deux solutions

x = 11 et y = 18